262. Fandiño Pinilla M. I. (2015). Errori da evitare nella didattica. *La Vita Scolastica*. 70, 7, 16-18. ISSN: 0042-7349.

Errori da evitare in matematica e in didattica nella scuola primaria

Martha Isabel Fandiño Pinilla
NRD, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

Dall'assidua frequentazione dei docenti di scuola primaria in vari Paesi, ricavo come costante una richiesta di aiuto nella formazione in servizio, in parte disciplinare (bisogni sempre più avvertiti di competenza in matematica) e in parte didattica (le usuali prassi metodologiche hanno evidentemente problemi negativi riconoscibili).
Nei corsi di formazione per insegnanti, cerco di ovviare a queste due lacune com'è possibile, soprattutto esemplificando. Così farò anche qui, scegliendo due temi che più volte mi è stato chiesto esplicitamente di trattare con domande esplicite, a mo' di esempio.

Una questione aritmetica: l'elemento neutro della sottrazione

Qualche insegnante asserisce di aver letto in un libro di testo che la sottrazione ha elemento neutro 0, dato che, per esempio, 5-0=5. Così come ce l'ha l'addizione, dato che 5+0=5.
L'analogia è sbagliata e la definizione implicita va completata.
Limitiamoci solo al sistema dei numeri naturali N, dato che questo è l'insieme numerico di maggior lavoro nella scuola primaria.
Si dice che una data operazione binaria ¤ ha elemento neutro e se, per ogni elemento a di N, vale la seguente catena di uguaglianze: $a ¤ e=a=e ¤ a$.
Lo so che la scrittura risulta un po' ostica, troppo formale; ma ogni tanto bisogna pur affrontare la matematica per come è e non … addolcita per i nostri allievi; sarebbe auspicabile conoscere una matematica da adulti, non solo quella destinata ai bambini.
Vediamo il caso in cui ¤ è l'addizione; diventa allora:
l'addizione + ha elemento neutro e se, per ogni elemento a di N, vale la seguente catena di uguaglianze: $a+e=a=e+a$.
Questa catena è vera; facciamo l'esempio in cui a è 5; abbiamo: $5+e=5=e+5$. Qual è questo numero e? Esiste? Evidentemente è lo zero: 5+0=5=0+5.
Nella definizione c'è scritto: "per *ogni* elemento a di N", dunque tutto ciò andrebbe dimostrato; non lo facciamo perché l'esempio fatto è lampante: si intuisce abbastanza bene che davvero 0 è elemento neutro dell'addizione. Chi mai ha dubbi?
E ora passiamo al caso in cui ¤ è la sottrazione; la nostra definizione diventa:
la sottrazione – ha elemento neutro e se, per ogni elemento a di N, vale la seguente catena di uguaglianze: $a-e=a=e-a$.
Facciamo ancora il caso in cui a è 5; sarebbe: $5-e=5=e-5$.
Esiste questo numero e?Lì per lì sembra (sembra!) che anche in questo caso e sia 0, per cui diventerebbe: 5-0=5=0-5; la prima uguaglianza è vera, ma la seconda no: l'operazione 0-5 non vale affatto 5, anzi non si può nemmeno eseguire nell'insieme dei numeri naturali.
In questo caso il quantificatore "per ogni" non viene nemmeno più preso in considerazione, se non per dire che, se non va bene il caso 5, allora la sottrazione non ha elemento neutro; punto e basta, non serve fare altre prove.
Dunque, se è vero che qualche autore ha scritto quel che mi è stato detto, non posso che pensare che l'abbia fatto apposta per far discutere gli insegnanti fra loro. A volte, però, mi chiedo se sia davvero

così importante far conoscere a bambini di scuola primaria questioni di questo tipo e con questa nomenclatura da adulti.

Una questione didattica: modelli formali e modelli intuitivi

Ci si incaponisce a insistere con i bambini che l'addizione è l'operazione dell'aggiungere, la sottrazione quella del togliere. La cosa è talmente comprensibile ai nostri allievi che il seguente esercizio / problema viene risolto positivamente da tutti i bambini in seconda, da molti già in prima:

> [1] Ho 10 figurine ma ne perdo 3; quante figurine mi restano?
> Risoluzione: 10-3=7
> Risposta: Mi restano 7 figurine.

Il modello formale di sottrazione (***a-b***) risponde perfettamente al modello intuitivo "togliere".
Ma poi, più avanti nel tempo, capita prima o poi un esercizio / problema del tipo:

> [2] Ho 3 figurine, ma per giocare con i miei amici me ne servono 10; quante figurine devo aggiungere a quelle che ho già?

Nelle attese dell'insegnante c'è la seguente catena di passaggi:

> Risoluzione: 10-3=7
> Risposta: Devo aggiungere 7 figurine.

Ma la realtà, come ben sa ogni insegnante, è assai diversa:

> Risoluzione: 3+7=10, oppure addirittura: 3+10…

Il modello intuitivo togliere, perdere è diventato **IL** modello univoco del modello formale della sottrazione; e dunque il bambino non riconosce quel modello formale come operazione per risolvere il problema [2].
Il fatto è che: accanto a un solo modello formale di operazione di sottrazione, ci sono tanti modelli intuitivi possibili di sottrazione, non solo togliere, ma completare, paragonare, valutare eccetera.
L'insegnante credeva di aver fatto il bene cognitivo del bambino a identificare ogni modello formale con *un solo* modello intuitivo e invece ha creato problemi assai gravi che proseguiranno anche nella scuola secondaria.
Naturalmente, lo stesso vale per le altre operazioni, anche per l'addizione; in questo campo sono famosi i tre problemi seguenti:
[1] In una stanza ci sono 4 ragazzi e 3 ragazze; quanti sono in tutto?
[2] Emilia esce e spende 3 euro; quando torna a casa vede che ha nel borsellino 4 euro; con quanti euro era uscita?
[3] Carla Ida gioca due partite; nella prima perde 3 punti; nella seconda partita vince ma non ricorda quanti punti. Però alla fine ha 4 punti. Quanti punti ha vinto nella seconda partita?
Non occorre troppa fantasia, solo un po' di esperienza, per capire che, a fronte della risoluzione identica dei tre problemi (4+3), c'è una bella differenza nel comportamento risolutivo dei bambini. [1] lo risolvono anche bambini di prima, ma [2] richiede molta più esperienza, bisogna aspettare almeno la quarta; mentre [3] è non risolto da molti bambini di quinta o di prima media. Eppure, il modello formale è lo stesso: 4+3, una "banale" addizione.

Lacune disciplinari possono essere lentamente colmate semplicemente studiando un po' di matematica, e questo tutti lo capiscono; ma le lacune didattiche sembrano ai più non colmabili; e invece anche qui la riposta è la stessa: basta studiare la Didattica della matematica, una disciplina che proprio di queste cose si occupa.

Per saperne di più

Fandiño Pinilla M.I., Sbaragli S. (2011). *Matematica di base per insegnare nella scuola primaria*. Progetto: *Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere*. Vol. 1. Bologna: Pitagora.
Fandiño Pinilla M. I. (2014). *Matematica, che passione*! Firenze: Giunti Scuola.

D’Amore B., Sbaragli S. (2011). *Principi di base della didattica della matematica*. Progetto: *Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere*. Vol. 2. Bologna: Pitagora.